General Physics 1

박상신

May 9, 2026

보존되는 물리량들에 대해 이야기한다. 공부할 때 주어 목적어에 집중해서 의미를 생각하면서 공부하면 좋기 때문에, 이 노트에서는 그 부분을 강조하였다.

7. 일과 에너지

7.1 개념들

Box 1: 일

일(W)는 스칼라 양으로 힘과 변위의 내적이다. A가 B에 가해준 일은:

$$W_{\mathrm{BA}} = \int \vec{F}_{\mathrm{BA}} \cdot \mathrm{d}\vec{r}. \tag{7.1}$$

여기서 F_{BA}는 A가 B에 가한 힘이다[a]. 일의 단위는 J이다.

[a] 아래첨자 $_{\mathrm{BA}}$는 영어에서 on B by A.

복습! A가 B에 가한 힘 F_{BA}에서 A는 배경(source)에 해당한다. 즉, 그 힘의 이름을 알려준다. 예를 들어 A가 지구면 중력, 떠받치는 면이면 수직력, 줄이면 장력 등. 반면 B는 우리가 관심있는 대상(target)이다.

Box 2: 운동에너지

운동하는 물체가 가지고 있는 에너지를 운동에너지라고 한다. 질량 m인 물체B가 가지는 운동에너지 K_{B}는

$$K_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{7.2}$$

로 주어진다. 에너지의 단위도 J이며 스칼라이다.

운동에너지는 우리가 원하는 물체 (target)이 가지고 있는 무언가이다. 누가 어떻게 주었는지는 지금은 관심이 없이 그냥 물체의 질량과 속도만 보면 쉽게 계산할 수 있는 물리량이다.

7.2 일-에너지 정리

Box 3: 일-(운동)에너지 정리

물체 B에 작용하는 알짜힘(net force)이 해준 일을 알짜일(net work)이라고 한다. 알짜일은 B의 운동에너지 변화량과 같다.

$$\Delta K_{\mathrm{B}} = W_{\mathrm{B,net}} := \int \vec{F}_{\mathrm{B,net}} \cdot \mathrm{d}\vec{r}. \tag{7.3}$$

여기서 아래첨자 $_{\mathrm{B,net}}$는 target이 B인 알짜힘(또는 알짜일)이라는 것을 강조하기 위해 쓰였다.

Proof. 이는 뉴턴의 운동 2법칙을 통해 증명할 수 있다.

$$\begin{aligned}
W_{\mathrm{B,net}} &= \int \vec{F}_{\mathrm{B,net}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} && (\Longleftarrow \text{일의 정의}) \\
&= \int m\vec{a}_{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} && (\Longleftarrow \text{뉴턴 제2 법칙}) \\
&= \int m\vec{a}_{\mathrm{B}} \cdot \vec{v}_{\mathrm{B}}\mathrm{d}t && (\Longleftarrow \text{변위와 속도의 관계}) \\
&= \int m\vec{v}_{\mathrm{B}} \cdot \vec{a}_{\mathrm{B}}\mathrm{d}t && (\Longleftarrow \text{내적은 symmetric}) \\
&= \int m\vec{v}_{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{B}} && (\Longleftarrow \text{가속도와 속도변화량의 관계}) \\
&= \int m\left(\frac{1}{2}\mathrm{d}(v_{\mathrm{B}}^2)\right) && (\Longleftarrow \text{Chain rule}) \\
&= \int \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv_{\mathrm{B}}^2\right) && (\Longleftarrow \text{Chain rule}) \\
&= \int \mathrm{d}K_{\mathrm{B}} && (\Longleftarrow \text{운동에너지의 정의}) \\
&= \Delta K_{\mathrm{B}} && (\Longleftarrow \text{미적분학의 기본정리})
\end{aligned}$$

여기서 chain rule은 다음과 같은 형태를 의미한다.

$$\int f(x)\mathrm{d}y = \int f(x)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x \tag{7.4}$$

수업시간에는 사각형의 면적을 예시로 설명하였다. □

8. 에너지 보존

8.1 퍼텐셜에너지

어떤 특별한 힘들 (대표적으로 중력 및 탄성력)은 기준면으로 갔을 때, 할 일을 구할 수 있다.

Box 4: 보존력

다음 조건을 만족하는 힘을 보존력이라고 한다:

- 물체에 해준 일이 경로에 관계 없다.
- 어떤 경로든 상관없이 제자리로 돌아올때까지 해준 일은 0이다.

어떤 힘 $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$가 보존력이라면 퍼텐셜에너지를 정의할 수 있고 역학적 에너지가 보존된다. 보존력이 아닌 힘은 비보존력이라고 한다.

Box 5: 퍼텐셜에너지

물체 B에 가해지는 힘 $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$가 보존력이라면, 그 힘으로부터 B의 퍼텐셜에너지 U_{BA}를 정의할 수 있다. 퍼텐셜에너지는 기준이 중요한데, 물체가 현재위치 $\vec{r}$에서 기준위치 $\vec{r}_{\mathrm{ref}}$로 이동할때, 물체가 받게될 일로 정의된다. 식으로 표현하면 다음과 같다:

$$U_{\mathrm{BA}} := \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_{\mathrm{ref}}} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\int_{\vec{r}_{\mathrm{ref}}}^{\vec{r}} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \cdot \mathrm{d}\vec{r}. \tag{8.5}$$

힘 $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$가 어떤 힘인지 이름을 정하는것은 A였다. A가 무엇인지가 이 퍼텐셜에너지 U_{BA}의 이름을 정한다. 명심해야 할 점은 A는 이름을 알려주는데 사용되었을 뿐이고, 퍼텐셜에너지 U_{BA}는 오직 물체 B가 가진 물리량이라는 점이다.

예를 들어 A가 지구라면, $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$는 물체에 작용하는 중력이고, 이것 때문에 생기는 퍼텐셜 에너지 U_{BA}는 중력퍼텐셜에너지 라고 부른다.
만약 A가 용수철이라면, $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$는 물체에 작용하는 용수철의 탄성력이고, 퍼텐셜에너지 U_{BA}는 탄성퍼텐셜에너지라고 부른다.

만약 물체 B에 작용하는 보존력이 여러개라면, 물체 B의 퍼텐셜에너지는 각 보존력의 퍼텐셜에너지의 합으로 정한다.

$$U_{\mathrm{B}} = \sum_{A(\text{보존력만})} U_{\mathrm{BA}} = \sum_{A(\text{보존력만})} \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_{\mathrm{ref}}} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_{\mathrm{ref}}} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \tag{8.6}$$

수렴하는 적분과 합은 순서를 바꿔도 되므로, 바꿔주면, 물체 B에 작용하는 보존력들의 합이 만드는 퍼텐셜에너지와 같다[1].

Box 6: 역학적 에너지 보존

물체 B에 일을 하는 힘이 보존력 뿐일때, 역학적 에너지 E_{mech}는 보존된다. 식으로 쓰면:

$$\Delta E_{\mathrm{mech,B}} := \Delta(K_{\mathrm{B}} + U_{\mathrm{B}}) = 0. \tag{8.7}$$

[1] 보존력들의 합은 여전히 보존력의 조건을 만족하므로 보존력이다. 따라서 퍼텐셜에너지가 정의된다.

Proof. 증명은 일-에너지 정리에 의해 나온다. 위치 $\vec{r}_i$에서 $\vec{r}_f$까지 이동하는 동안 운동 에너지 변화량을 보자.

$$\begin{aligned}
\Delta K_{\mathrm{B}} &= W_{\mathrm{B,net}} \\
&= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_{\mathrm{ref}}} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} + \int_{\vec{r}_{\mathrm{ref}}}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_{\mathrm{ref}}} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} - \int_{\vec{r}_f}^{\vec{r}_{\mathrm{ref}}} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\mathrm{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= U_{\mathrm{B},i} - U_{\mathrm{B},f} \\
&= -\Delta U_{\mathrm{B}}
\end{aligned}$$

두 번째 줄 등호에서는 알짜힘의 정의를 사용했다. 세 번째 줄은 보존력만 일을 하니까 조건을 추가적으로 써줬다. 네 번째 줄에서는 적분 영역을 둘로 나눠주었다. 다섯 번째 줄에서는 두 번째 항에 적분 영역 방향을 바꿔주면 부호가 빠뀐다는 점을 이용했다. 여섯 번째 줄에서는 퍼텐셜에너지의 정의를 사용했다. 이제 이렇게 나온 식을 이항하면,

$$\Delta K_{\mathrm{B}} + \Delta U_{\mathrm{B}} = 0. \tag{8.8}$$

□

보통 문제에 사용할 때에는 다음 형태가 조금 더 편하다.

$$K_{\mathrm{B},f} + U_{\mathrm{B},f} = K_{\mathrm{B},i} + U_{\mathrm{B},i} \tag{8.9}$$

이때 아래첨자 $_f$는 나중 물리량 (final)을 의미하고 $_i$는 처음 물리량 (initial)을 의미한다.

Box 7: 계 (시스템)

계 또는 시스템은 우리가 관심있는 물체(들)을 묶어서 부르는 말이다. 보통 어떤 영역을 생각하는데, 그 영역의 경계면의 성질에 따라 다음 세 가지로 분류된다:

- 열린계: 물질 출입 가능, 에너지 출입 가능;
- 닫힌계: 물질 출입 불가능, 에너지 출입 가능;
- 고립계: 물질 출입 불가능, 에너지 출입 불가능.

지금까지 물체 B에 대해서 이야기하고 있었으니까, 시스템은 물체 B이다. 다음 단원, 그리고 그 이후에는 하나가 아닌 여러 물체에 대해서도 이야기 한다. 그런 경우에는

특히 어떤 것이 시스템인지가 중요하다. 이제 시스템에 대해 이야기한다는 것을 알고 있으니까, 아래첨자 B를 생략한다.

Box 8: 에너지 보존

고립계의 에너지는 항상 보존된다. 식으로 하면

$$\Delta E := \Delta E_{\text{mech}} + \Delta E_{\text{else}} = 0. \tag{8.10}$$

여기서 E_{else}는 역학적 에너지가 아닌 에너지로 다른 여러 에너지의 합이다. 예를 들어,

$$E_{\text{else}} = E_{\text{th}} + E_{\text{rad}} + \ldots, \tag{8.11}$$

여기서 아래첨자 E_{th}는 열에너지, E_{rad}는 전자기파의 형태로 나가는 복사에너지 등이다.

일반물리학에서 에너지 보존은 우리의 믿음이다. 시스템이 가지는 모든 에너지를 다 더하면 그 값은 항상 일정하며, 만약 그렇지 않다면, 고립계가 아니거나 우리가 빼먹은 에너지가 있다고 생각한다.

Box 9: 비보존력이 한 일

고립계의 에너지는 항상 보존되므로, 위에서 정의한 역학적 에너지가 아닌 기타 등등 에너지의 변화량 ΔE_{else}는 비보존력이 해준 일의 마이너스 값과 같다. 즉,

$$\Delta E_{\text{else}} = -W_{\text{NC}} \tag{8.12}$$

여기서 아래첨자 $_{\text{NC}}$는 비보존력 (nonconservative force)라는 뜻이다.

Proof. 증명은 역학적에너지 보존이랑 비교하면 쉽다. 비교를 명확히 하기 위해 물체 B를 보자. 일-에너지 정리를 또 쓰면,

$$\begin{aligned}
\Delta K_{\text{B}} &= W_{\text{B,net}} \\
&= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A} \vec{F}_{\text{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A(\text{보존력만})} \vec{F}_{\text{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} + \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A(\text{비보존력만})} \vec{F}_{\text{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= -\Delta U_{\text{B}} + \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \left(\sum_{A(\text{비보존력만})} \vec{F}_{\text{BA}} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\
&= -\Delta U_{\text{B}} + W_{\text{NC}}
\end{aligned}$$

두 번째 등호는 알짜힘의 정의, 세번째 등호는 이제 비보존력도 존재하니까 보존력과 비보존력을 모두 써줬다. 네 번째 등호는 앞에서 역학적에너지 보존을 증명할때와 같은

과정으로 퍼텐셜에너지 차이를 이야기했다. 마지막 줄에서는 일의 정의를 사용했다.

여기서 $-\Delta U_{\rm B}$를 이항해주면, 역학적 에너지의 변화량이 되므로,

$$W_{\rm NC} = \Delta K_{\rm B} + \Delta U_{\rm B} = \Delta E_{\rm mech}.$$

물체 B만 보면 주변과 상호작용하니까 고립계가 아니다.. B를 둘러싼 모든 공간을 포함한 시스템을 보자. 그러면 이때는 시스템의 전체 에너지는 보존돼야 한다. 따라서, 에너지보존에 의해

$$0 = \Delta E = \Delta E_{\rm mech} + \Delta E_{\rm else} = W_{\rm NC} + \Delta E_{\rm else}.$$

따라서,

$$\Delta E_{\rm else} = -W_{\rm NC}. \tag{8.13}$$

□

물체 B에 대해 이야기할 때, 우리가 아는건 B의 운동뿐이다. 바꿔말하면, 위치, 속도 등등 뿐이다. 따라서 B는 역학적 에너지만을 가진다[2].

두 가지 케이스를 생각해줄 수가 있는데, 하나는 비보존력이 양의 일을 해주는 경우이다. 이 경우는 대표적으로 물체에 내가 직접 힘을 가해서 들어준다던가 운동방향으로 밀어준다던가 하는 경우이다. 이때, 내가 해주는 일은 양수이다. 물체 B의 역학적에너지는 증가하고, 내가 가진 에너지 (아마도 밥먹고 생긴 근육의 화학에너지)는 감소한다.

우리가 더 관심있게 보는 건 반대로 음의 일을 해주는 경우이다. 그 중에서도 마찰력, 저항력은 항상 운동 반대방향으로 힘이 작용하기 때문에, 이 힘들이 해주는 일은 언제나 음수이다.

[2]이건 우리가 B를 점입자로 가정하기 때문이다. 일반물리에서 점입자 하나는 오직 역학적에너지만 가질 수 있다.